

Lernkontrolle 2

1. Sei X Poisson(λ)-verteilt für ein $\lambda > 0$.

- a) Wie ist $P[X = n]$ für $n \in \mathbb{N}_0 (= \{0, 1, 2, \dots\})$ definiert?
- b) Beweisen Sie, dass $E[X] = \lambda$.
- c) Beweisen Sie, dass $E[X^2] = \lambda^2 + \lambda$.
- d) Berechnen Sie $E[X^2 + X - 1]$.

2. Gegeben sei ein Rechteck mit den zufälligen Seitenlängen X und Y . Die gemeinsame Dichtefunktion von X und Y ist gegeben durch

$$f_{X,Y}(x, y) := \begin{cases} C(x^2 + y^2) & 0 \leq x, y \leq 1 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- a) Bestimmen Sie den Parameter C .
- b) Berechnen Sie die Randdichten von X und Y .
- c) Sind X und Y unabhängig? Begründen Sie Ihre Antwort.
- d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Seite X länger als die Seite Y ist.